



Pertemuan 8: Differensiasi Numerik

Achmad Basuki

Politeknik Elektronika Negeri Surabaya

2014

Pengertian Differensial

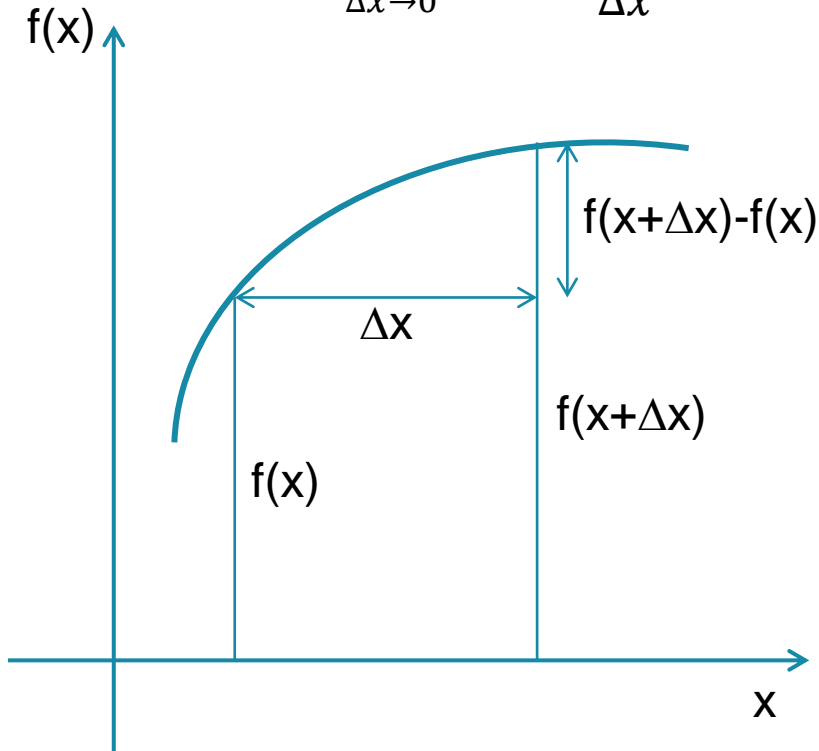
- Differensial didefinisikan dengan:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

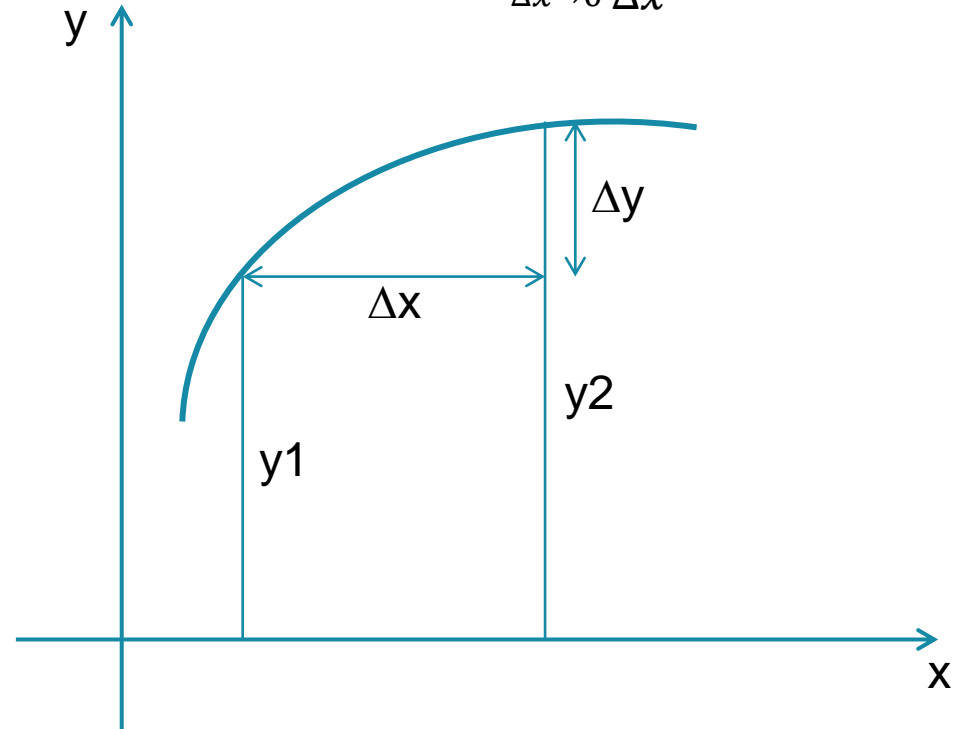
- Hal ini berarti bahwa differensial menunjukkan:
 - perubahan nilai fungsi seiring perubahan stepnya.
 - kemiringan (gradien) pada sebuah titik/lokasi pada fungsi

Pengertian Differensial

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$



$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



Manfaat Differensial

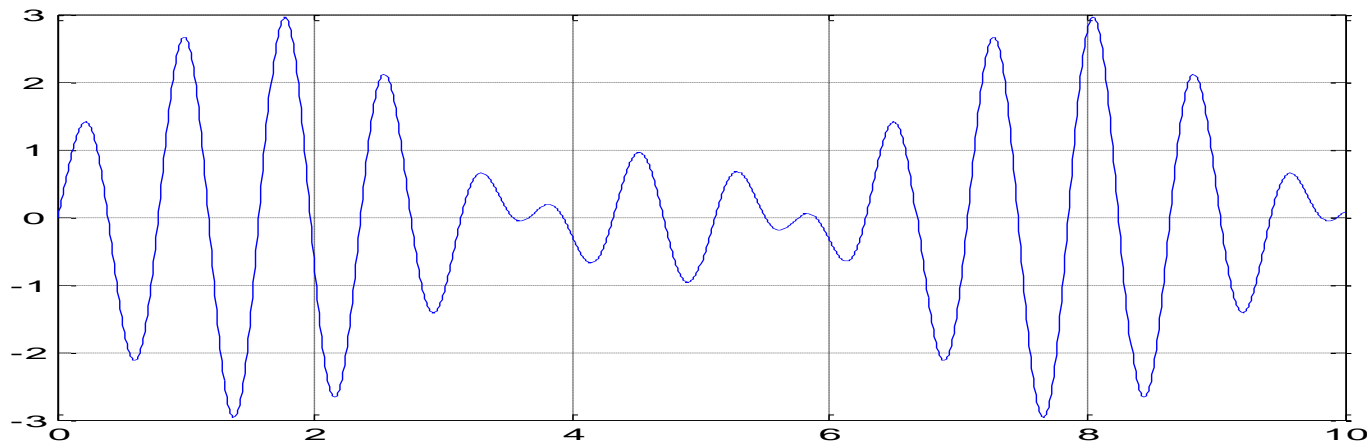
- Mendapatkan kemiringan atau kecenderungan dari sebuah fungsi atau data array.
- Mendapatkan nilai maksimal atau minimal menggunakan syarat $f'(x)=0$

Mengapa Differensiasi Numerik

- Sebuah fungsi $f(x)$ dalam keadaan nyata bisa berupa data/informasi yang diambil dalam setiap periode waktu tertentu.
- Data time-series
 - data penjualan dan data perubahan kurs dll
- Data sinyal
 - Data suara, data gambar, data hasil pengukuran atau data sensing dll

Mengapa Differensiasi Numerik

Perhatikan sinyal suara berikut:

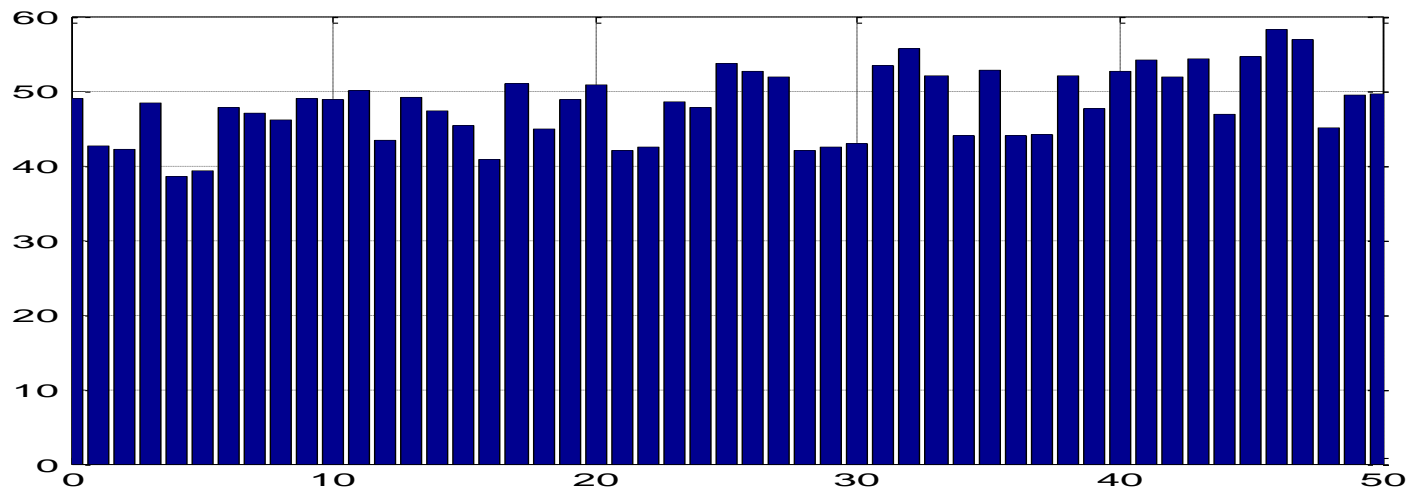


Soal:

1. Berapa kemiringan pada $x=4$?
2. Berapa nilai maksimum pada range $4 < x < 6$?
3. Berapa nilai minimum pada range $4 < x < 6$?

Mengapa Differensiasi Numerik

Perhatikan data perubahan nilai saham sebagai berikut:



Soal:

1. Berapa rata-rata kenaikan saham?
2. Apakah saham secara keseluruhan mengalami kenaikan atau penurunan?
3. Berapa penurunan maksimum dari saham?

Metode Differensiasi Numerik

- Metode Newton Maju
- Metode Newton Mundur
- Metode Newton Tengahan

Metode Newton Maju

- Metode Newton Maju atau Metode Selisih Maju menggunakan prinsip diskrit dari differensial.
- Metode ini dituliskan dengan ($h=\Delta x$):

$$f'(x) = \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

Metode Newton Mundur

- Metode Newton Mundur atau Metode Selisih Mundur menggunakan satu langkah sebelumnya.
- Metode ini dituliskan dengan ($h=\Delta x$):

$$f'(x) = \frac{f(x) - f(x - h)}{h}$$

Metode Newton Tengahan

- Metode Newton Tengahan atau Metode Selisih Tengahan menggunakan langkah sebelumnya dan langkah sesudahnya.
- Metode ini dituliskan dengan ($h=\Delta x$):

$$f'(x) = \frac{f(x + h) - f(x - h)}{2h}$$

Contoh

Hitung differensial dari fungsi: $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$

Untuk $0 \leq x \leq 1$ dan $h=0.1$

x	f(x)	f'(x)				Error		
		Maju	Mundur	Tengahan	Eksak	Maju	Mundur	Tengahan
0	1,000	3,200			3,000	0,200		
0,1	1,320	3,600	3,200	3,400	3,400	0,200	0,200	0,000
0,2	1,680	4,000	3,600	3,800	3,800	0,200	0,200	0,000
0,3	2,080	4,400	4,000	4,200	4,200	0,200	0,200	0,000
0,4	2,520	4,800	4,400	4,600	4,600	0,200	0,200	0,000
0,5	3,000	5,200	4,800	5,000	5,000	0,200	0,200	0,000
0,6	3,520	5,600	5,200	5,400	5,400	0,200	0,200	0,000
0,7	4,080	6,000	5,600	5,800	5,800	0,200	0,200	0,000
0,8	4,680	6,400	6,000	6,200	6,200	0,200	0,200	0,000
0,9	5,320	6,800	6,400	6,600	6,600	0,200	0,200	0,000
1	6,000		6,800		7,000		0,200	

Contoh

Hitung differensial dari fungsi: $f(x) = x(1 - e^{-x})$

Untuk $0 \leq x \leq 1$ dan $h=0.1$

x	f(x)	f'(x)				Error		
		Maju	Mundur	Tengahan	Eksak	Maju	Mundur	Tengahan
0	0,000	0,095			0,000	0,095		
0,1	0,010	0,267	0,095	0,181	0,019	0,248	0,076	0,162
0,2	0,036	0,415	0,267	0,341	0,071	0,344	0,197	0,271
0,3	0,078	0,541	0,415	0,478	0,147	0,394	0,268	0,331
0,4	0,132	0,649	0,541	0,595	0,239	0,410	0,302	0,356
0,5	0,197	0,740	0,649	0,694	0,340	0,400	0,308	0,354
0,6	0,271	0,817	0,740	0,778	0,444	0,373	0,296	0,335
0,7	0,352	0,881	0,817	0,849	0,545	0,337	0,272	0,304
0,8	0,441	0,936	0,881	0,908	0,640	0,296	0,242	0,269
0,9	0,534	0,980	0,936	0,958	0,727	0,253	0,209	0,231
1	0,632		0,980		0,804		0,176	



*Selalu ada jalan menuju cita-
cita*